

РАСЧЕТ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА С СОПЛОМ ЛАВАЛЯ

CALCULATION OF SOLID FUEL ROCKET ENGINES WITH LAVAL NOZZLE

Авторы: *Гайдаров Дмитрий Дмитриевич (Московский авиационный институт)*

Аннотация: *Построение математической модели работы ракетного двигателя твердого топлива, решение системы дифференциальных уравнений методом Эйлера, расчет внутриваллистических характеристик двигателя. Моделирование профилированного сопла исследуемого двигателя в заданных геометрических ограничениях.*

Ключевые слова: *ракетный двигатель твердого топлива, математическое моделирование, твердое топливо, численное моделирование, профилированное сопло, внутриваллистические характеристики.*

Annotation: *Construction of a mathematical model of the rocket engine operation solid fuel, solution of a differential equations by the method of Euler, calculation of the engine. Modeling of the profiled nozzle of the engine under study in the given geometric constraints.*

Keywords: *solid fuel rocket engine, mathematical modeling simulation, solid fuel, numerical value simulation, profiled nozzle, intra-ballistic characteristics.*

Введение

Важным процессом разработки ракетных двигателей твердого топлива (РДТТ) и любых двигательных установок (ДУ) - является математическое моделирование рабочих процессов, происходящих внутри него. Разработка простых математических моделей является перспективным направлением научных работ, т.к. позволяет существенно повысить скорость работ и снизить их стоимость на начальном этапе проектирования.

В рамках проведенной работы была реализована математическая модель расчета внутриваллистических характеристик ракетного двигателя на твердом топливе, а также методика построения профилированного сопла. Методика расчета внутриваллистических характеристик также может применяться в комбинированных ракетных двигателях на твердом топливе (КРПД-Т) при расчете маршевого газогенератора.



Рисунок 1

Расчет внутрибаллистических характеристик РДТТ

На этапе проектирования, при термодинамических расчетах прибегают к модели равновесного состояния продуктов сгорания. При наличии конденсированных фаз в продуктах сгорания топлива поток условно рассматривается как газ, подчиняющийся уравнению состояния идеального газа (1) с введением поправки в газовую постоянную (2).

$$p = \rho RT \quad (1)$$

$$R_{\text{пг}} = (1 - z)R, \quad (2)$$

где z - массовая доля всех конденсированных фаз.

Система уравнений внутренней баллистики для камеры сгорания газогенератора:

$$\frac{dM}{dt} = G_{\text{np}} - G_{\text{p}} \quad (3)$$

$$\frac{d(ME)}{dt} = \eta_{\text{пг}} I_{\text{т}} G_{\text{np}} - I G_{\text{p}} \quad (4)$$

$$\frac{dV_{\text{к}}}{dx} = u_{\text{т}} S_{\text{з}} \quad (5)$$

$$\frac{de}{dx} = u_T \quad (6)$$

где, (3) - уравнение баланса массы,

(4) - уравнение баланса энергии,

(5) - уравнение изменения свободного объема,

(6) - изменение свода горения.

Используя уравнение состояния идеального газа (1) найдем массу продуктов сгорания в камере газогенератора.

$$G_{\text{пр}} = \rho_T u_T S_3 \quad (7) - \text{газоприход с поверхности заряда;}$$

$$G_p = A(\gamma) \frac{\varphi p_k F_{\text{кр}}}{\sqrt{RT}} \quad (8) - \text{расход продуктов сгорания через сопло;}$$

$$E = \frac{RT}{k-1} \quad (9) - \text{внутренняя энергия продуктов сгорания;}$$

$$I = \frac{kRT}{k-1} \quad (10) - \text{энтальпия продуктов сгорания;}$$

$$I_T = \frac{kRT_{\text{ТГ}}}{k-1} \quad (11) - \text{энтальпия маршевого топлива.}$$

Подставляя эти выражения в уравнения (3), (4), (5) и (6) получим систему дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{u_T S_3}{V_k} (\rho_T \eta_{\text{ГГ}} kRT_{\text{ТГ}} - p_k) - \frac{\varphi_{\text{ГГ}} m p_k F_{\text{кр}} k \sqrt{RT_k}}{V_k} \\ \frac{dy}{dx} = \left(\frac{\rho_T R u_T S_3 T}{p_k V_k} \right) (\eta_{\text{ГГ}} kT_{\text{ТГ}} - T_k) - \left(\frac{T_k \varphi_{\text{ГГ}} m F_{\text{кр}} \sqrt{RT_k}}{V_k} \right) (k-1) \\ \frac{dy}{dx} = u_T S_3 \\ \frac{dy}{dx} = u_T \end{array} \right. \quad (12)$$

$$A(\gamma) = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (13) - \text{комплекс-функция } A(\gamma)$$

$$u = ku_1^t p_k^v \quad (14) - \text{закон горения твердого топлива}$$

$$k = [1 + \alpha_t(t - t_{\text{ном}})][1 + (u_{\text{техн}})] \quad (15) - \text{коэффициент в законе горения}$$

Зависимости термодинамических характеристик продуктов сгорания твердого топлива $R = f(P_k)$, $T = f(P_k)$, $\gamma = f(P_k)$ находятся в результате термодинамического расчета равновесного состояния.

Система дифференциальных уравнений (12) имеет 4 начальных условия. Для определения первого $p_k(t=0)$ запишем уравнение баланса массы (3) для стационарного процесса в начальный момент времени, производная по времени равна нулю, поэтому:

$$[S_{\text{гор}}(t)\rho u] - A(\gamma) \frac{\varphi p_k^* F_{\text{кр}}}{\sqrt{RT}} = 0 \quad (16)$$

Из полученного уравнения не удастся явно выразить p_k^* , т.к. R , T и γ сами являются функциями давления, но решение может быть найдено численно.

Остальные начальные условия свода горения, начального свободного объема и температуры имеют вид:

$$e(t=0) = e_0$$

$$V_k(t=0) = V_{k0} \quad (17)$$

$$T(t=0) = T_{k0}$$

Результаты численного решения системы дифференциальных уравнений (12) представлен на рисунках 2 и 3. Решение получено методом Эйлера, реализованным в среде MatLAB.

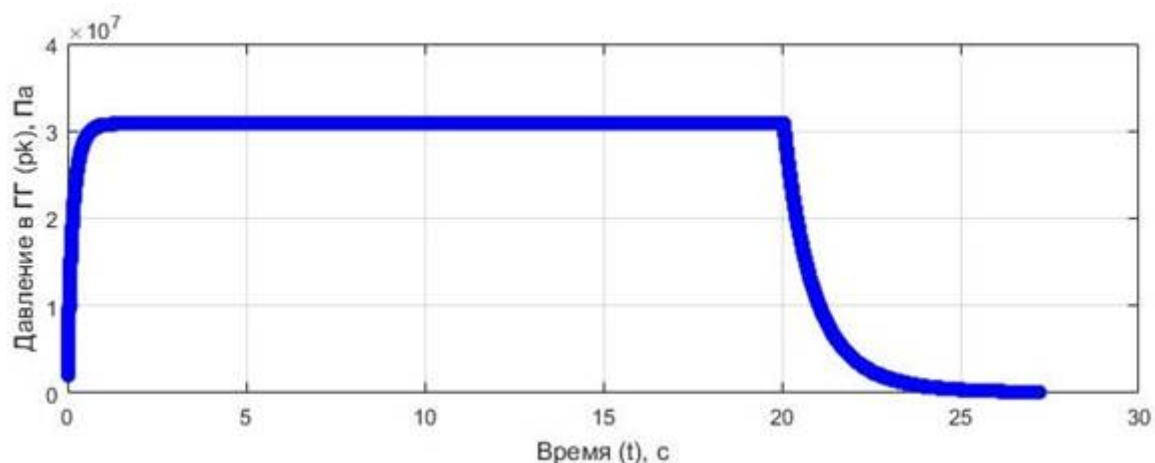


Рисунок 2

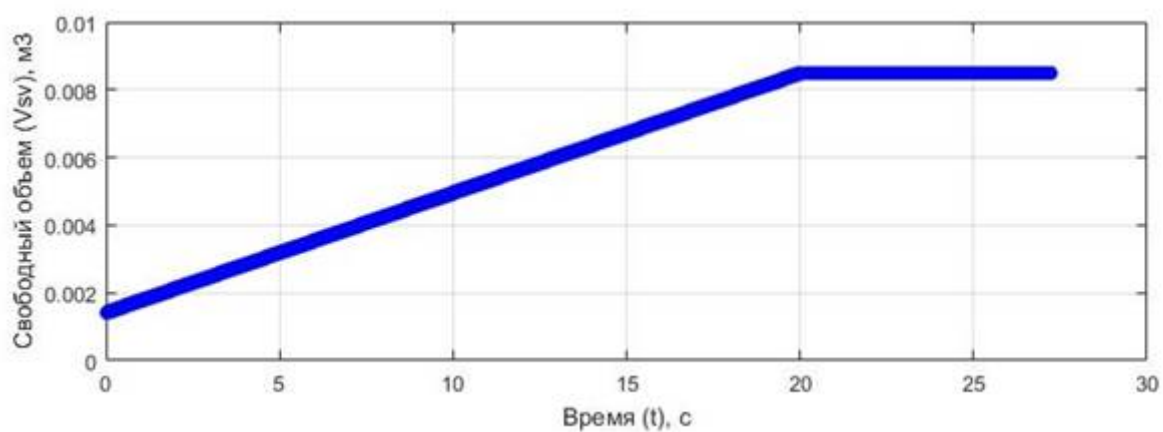


Рисунок 3

Результаты внутрибаллистического расчета ракетного двигателя твердого топлива используются далее для моделирования оптимального профиля сопла в заданных геометрических ограничениях.

Моделирование оптимального профиля сопла Лавалья

Геометрическими ограничениями являются:

длина сопла - l

радиус среза - R_1

критический радиус - $R_{кр}$

Моделирование профиля сопла состоит из трех участков (рис. 4):

1-2: профиль сверхзвуковой части сопла

4-3: дозвуковая часть

3-1: переход с критики

3: критическое сечение

1: начало профилирования сопла

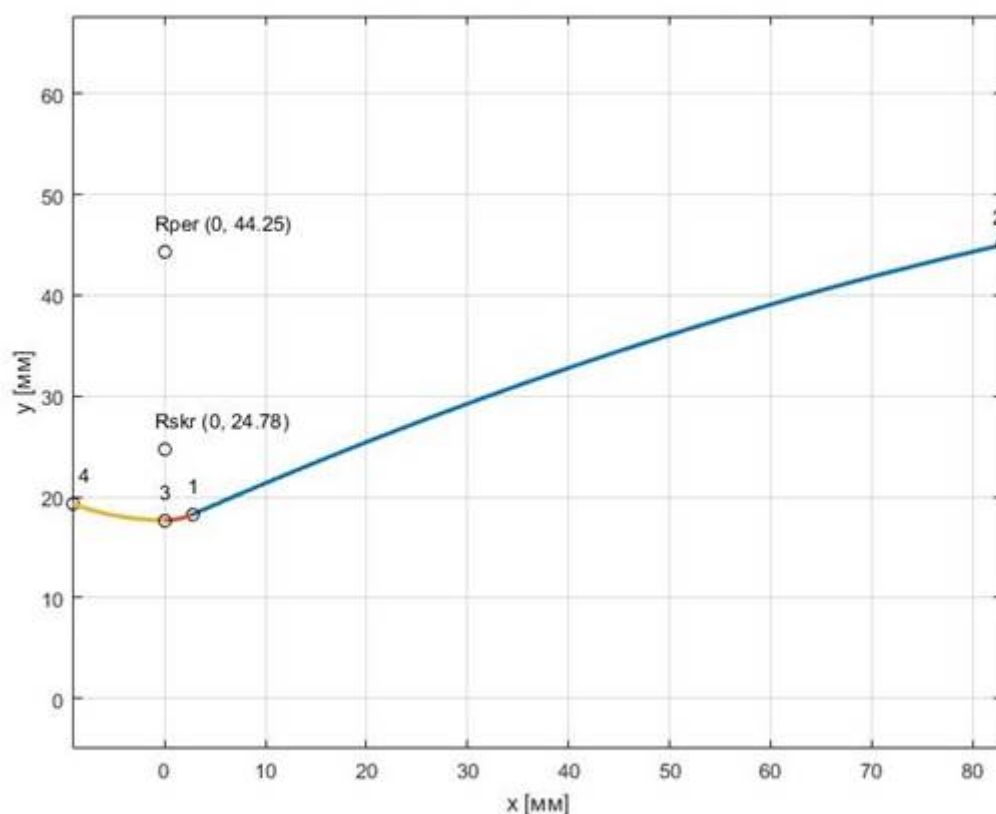


Рисунок 4

Переход дозвуковой части на критическое сечение и с критического сечения на профиль сверхзвуковой части сопла строится окружностями, центры которых лежат на одной линии в плоскости критики (точка 3). На

участке 3-1 радиус скругления берется из отношения $\frac{R_{скр}}{R_{кр}} = 0.382$, а на участке 4-3 из $\frac{R_{пер}}{R_{кр}} = 1.5$.

Координаты точки 1 высчитываются из уравнений:

$$\begin{cases} x_1 = R_{\text{скр}} \sin \theta_1 \\ y_1 = R_{\text{кр}} + R_{\text{скр}} (1 - \cos \theta_1) \end{cases} \quad (18)$$

Углы наклона касательной к параболе θ берутся из графика (рис. 5)

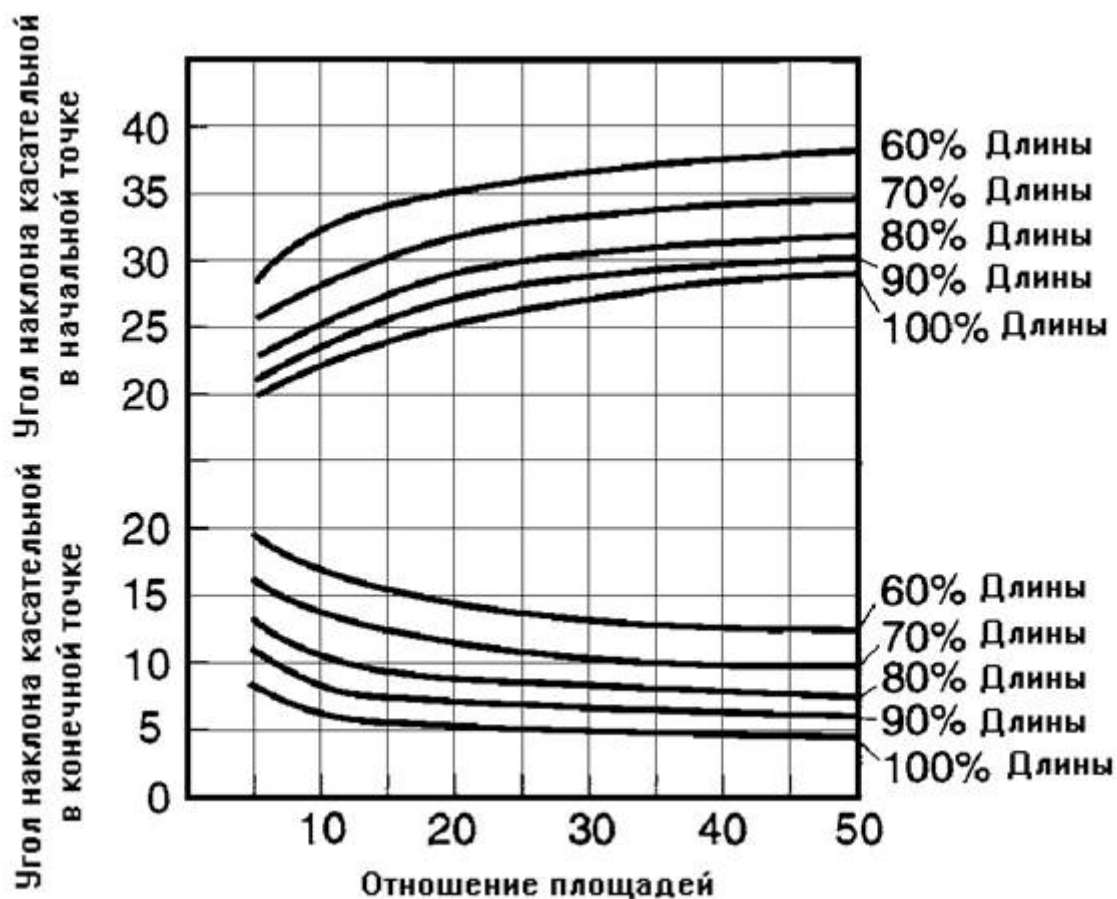


Рисунок 5

Длина профилированного сопла берется как часть длины эквивалентного конического сопла с полууглом раструба $= 15^\circ$. Длина эквивалентного конического сопла считается по формуле:

$$l_{\text{конич}} = \frac{R_{\text{среза}} - R_{\text{кр}}}{\tan 15^\circ} \quad (19)$$

Сама профилированная часть сопла представляет собой параболу и строится по формуле:

$$y = ax^2 + bx + c \quad (20)$$

Коэффициенты для построения параболы:

$$a = \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{2(x_1 - x_2)}$$

$$b = \frac{-a(x_1^2 - x_2^2) + (y_1 - y_2)}{x_1 - x_2} \quad (21)$$

$$c = y_1 - ax_1^2 - bx_1$$

Профилирование сопла реализовано в среде MatLab, представлен пример работы программы (рис. 6):

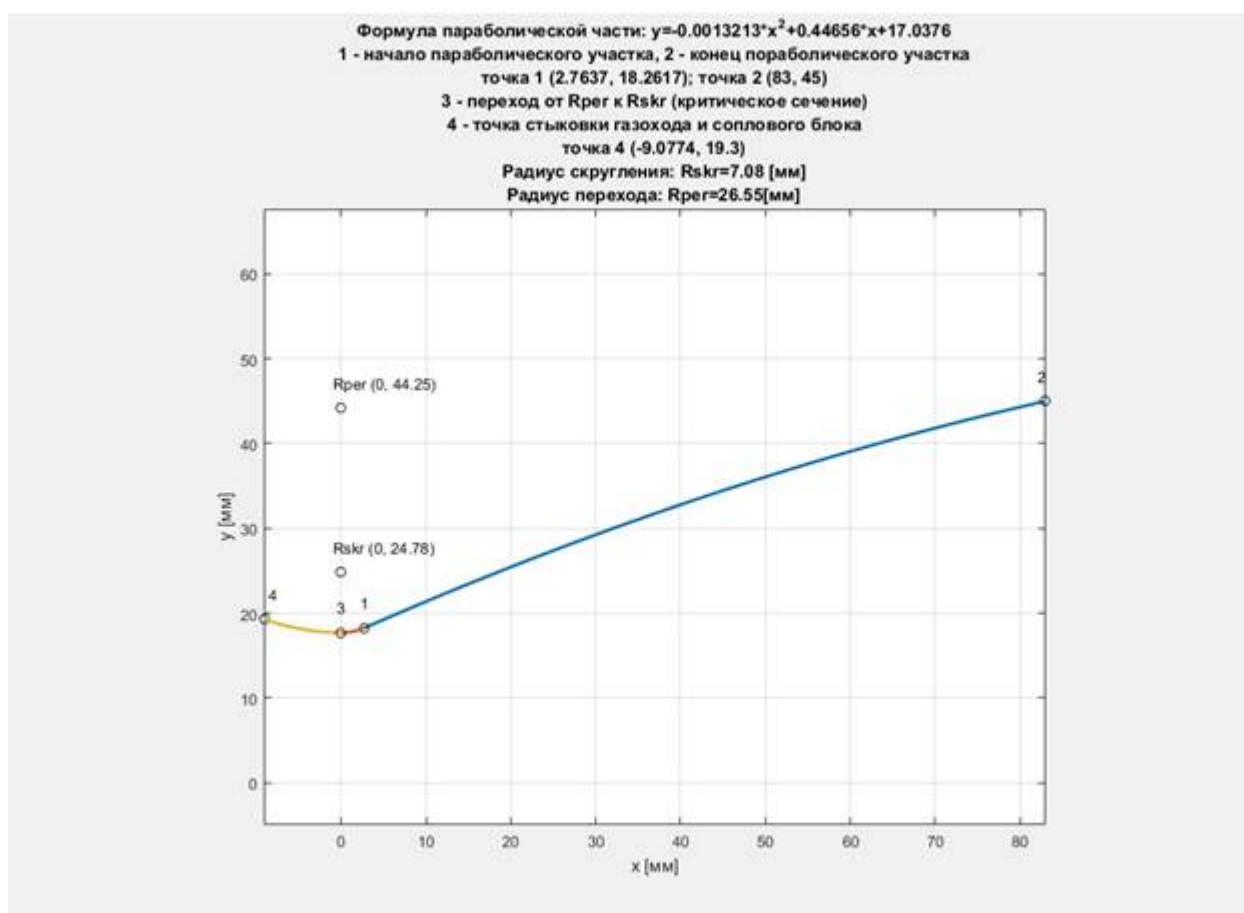


Рисунок 6

Сопло построенное по результатам работы программы (рис. 7):



Рисунок 7

Таким образом, представленная методика расчета ракетного двигателя твердого топлива и проектирования оптимальной геометрии профилированного сопла позволяет определить:

- внутрибаллистические характеристики двигателя;
- координаты точек обвода сопла.

Литература

1. «РПД на твердых и пастообразных топливах» - Сорокин В.А., Яновский Л.С., Козлов В.А., Москва ФИЗМАТЛИТ 2010г.

2. «Интегральные ПВРД на твердых топливах» - Александров В.Н., Быцкевич В.М., Верховоломов В.К., Москва ИКЦ «АКАДЕМКНИГА» 2006г.
3. «Течения газа в соплах» - Пирумов У.Г., Росляков Г.С., Издательство Московского университета 1978г.
4. «Recent developments in rocket nozzle configurations» - RAO G.V.R., National engineering science Co. Pasadena, Calif.
5. «Rocket Propulsion Elements» - George P. Sutton, A Wiley-Interscience Publication, 2001