ПРОСТЕЙШИЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В АЭРОДИНАМИКЕ

SIMPLE TURBULENCE MODELS IN AERODYNAMICS

Авторы: *Споров Егор Андреевич (Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет)*

Аннотация: *В данной работе рассмотрены общие сведения о турбулентности, а также некоторые простейшие модели турбулентности дифференциального типа.*

Ключевые слова: *Турбулентность, диссипативная среда, турбулентная вязкость, аэродинамические расчеты, кинетическая энергия.*

Annotation: *This paper discusses general information about turbulence, as well as some of the simplest differential-type turbulence models.*

Keywords: *Turbulence, dissipative medium, turbulent viscosity, aerodynamic calculations, kinetic energy.*

Турбулентность – это сложное, неупорядоченное во времени и пространстве диссипативной среды (или поля), детали которого не могут быть восприняты на больших интервалах времени при сколь угодно точном задании начальных и граничных условий. Такая невосприимчивость есть следствие собственной сложной динамики среды, определяемой неустойчивостью индивидуальных движений, и не связана с неполнотой описания, флуктуациями или действием внешних шумов.

Диссипативная среда — это распределенная физическая система, в которой энергия одних движений или полей (обычно упорядоченных) необратимым образом переходит в энергию других движений или полей (обычно хаотических).

Турбулентность — это неупорядоченное движение в газах (или в жидкостях), в котором параметры потока изменяются во времени и пространстве. Турбулентное смещение в общем случае при неоднородных полях плотностей, температур, скоростей и концентраций вызывает обмен между отдельными слоями течения массой, импульсом и энергией компонентов газа (жидкости). Как правило, в начале течение является ламинарным. Начальный импульс турбулентности может происходить случайно. Причиной перехода традиционно считают неустойчивость

ламинарного течения под воздействием возмущений.

Турбулентные течения порождают дополнительные силы трения, на преодоление которых затрачивается некоторая работа, вызываемая осредненным течением. Турбулентность считают однородной, если осредненная скорость по всему полю течения постоянна. Для всех случаев, когда осредненная скорость имеет градиент, турбулентность является анизотропной; течение при наличии такой турбулентности называют течением со сдвигом.

Турбулентные сдвиговые течения подразделяют на несколько видов,

различающихся граничными условиями. В частности, это прежде всего свободные турбулентные (сдвиговые) течения, не ограниченные стенками (рис. 1). К данным течениям относятся, например, течения вязкого газа в следе, характеризующиеся существенным градиентом скорости, наличием свободной границы (пограничной поверхности), а также значительными турбулентными пульсациями. Область возмущенного течения между основным потоком и струей, встречным или спутным потоком называют слой смешения. Такая область течения имеет место и при отрыве потока Тем не менее, оторвавшийся от обтекаемой поверхности пограничный слой в реальных условиях подчиняется более сложным законам, чем струйный слой смешения. В приближенных методах расчета параметров отрывных течений часто используются эмпирические данные для идеального слоя смешения струй.

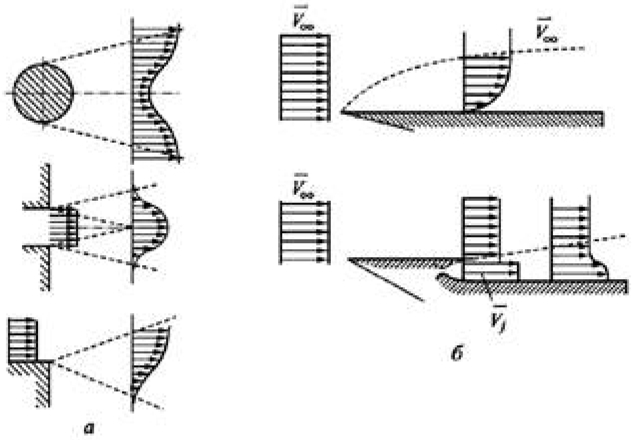

Рис. 4.1. Течение со свободной (а) и пристеночной (б) турбулентностью

К турбулентным слоям, ограниченным одной свободной и одной фиксированной границей (пристеночные течения), относятся пограничные слои (рис 4.1 а) и пристеночные струи (рис. 4.1 б). Граничная поверхность может принимать различную форму, быть проницаемой или непроницаемой. В свою очередь, турбулентные течения могут быть ограничены двумя или большим числом фиксированных границ. В качестве примера сдвиговых слоев можно привести течения в трубах, каналах и т.д.

При математической постановке большинства аэродинамических задач исключительно важно правильно выбрать модель турбулентности.

Некоторые простейшие модели турбулентности дифференциального типа

В теории пути смешения Л. Прандтля турбулентная вязкость практически не зависит от предыстории развития течения, в этой связи ее трудно

применить для целого ряда практических случаев. Академик АН СССР

АН. Колмогоров, а затем независимо от него Л. Прандтль (соответствующая модель в этой связи называется модель Колмогорова — Прандтля),

предложили теорию турбулентных течений, в которой принимается, что

кинематическая турбулентная вязкость зависит от кинетической энергии

турбулентных пульсаций, т.е.

$$v_\tau = \grave{c_\mu}\sqrt{k}L \qquad (1)$$

Где $\grave{c_\mu}$- эмпирический коэффициент (функция), зависящий от местного тубулентного числа Re_τ ,

$$Re_\tau = \sqrt{k}L/_v \qquad (2)$$

Причем при $\mathrm{Re}_\tau \to \infty$ значение $\grave{c_\mu} = const;$

$$k = (V_x'^2 + V_y'^2 + V_z'^2)/2 \qquad (3)$$

Кинетическая энергия турбулентности; L – масштаб турбулентности.

Так как пульсационное турбулентное течение описывается уравнениями Навье-Стокса, то, используя их, можно получить дифференциальное уравнения для переноса энергии k турбулентных пульсаций. Линейный масштаб L в слоях со сдвигом можно определить посредством простых эмпирических соотношений, аналогичных, например, выражениям для пути смешения l_m. Эта однопараметрическая модель позволяет учесть конвективный перенос энергии турбулентных пульсаций, ее возникновение вследствие взаимодействия вязкого течения с высокоэнергетическим основным потоком и диссипацию в результате кинематической молекулярной вязкости.

В дальнейшем данное направление активно развивалось российскими

(советскими) и зарубежными учеными. В настоящее время, в частности,

широкое распространение получили предложенная В. Лаундером двухпараметрическая (k—ε) -модель ((k—ε)-модель В. Лаундера) и ее модификации. Согласно теории размерности турбулентная вязкость должна быть пропорциональна произведению характерной скорости и характерного масштаба. В качестве характерной скорости выбрана величина $\sqrt{k}$, а характерный масштаб L определен через скорость диссипации ε энергии турбулентности, которая пропорциональна $k\sqrt{k}L$. Итак, можем записать:

$$v_\tau = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon}; \tau_T = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon}\frac{\partial V_x}{\partial y}\rho, \qquad (4)$$

Где c_μ – эмпирический коэффициент пропорциональности $(c_\mu = 0{,}09)$

Предлагая, что турбулентное течение описывается уравнениями Навье-Стокса, уравнения движения (переноса) для k и ε можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + V_{cp,J}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \tau_{l,j}\frac{\partial V_{cp,i}}{\partial x_j} - \varepsilon; \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V_{cp,J}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(v + \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + c_{\varepsilon,1}\frac{\varepsilon}{k}\tau_{l,j}\frac{\partial V_{cp,i}}{\partial x_j} - c_{\varepsilon,2}\frac{\varepsilon^2}{k}, \qquad (6)$$

Где i,j – индексы, определяющие направление осей декартовой системы координат; I;j=x,y,z;

$$\sigma_k = 1;\ \tau_{l,j} = \mu\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right); \sigma_\varepsilon = 1.3;\ c_{\varepsilon,1} = 1.44;\ c_{\varepsilon,2} = 1.92 \qquad (7)$$

К числу двухпараметрических моделей турбулентности относится также (k-ω) – модель Саффмена-Вилкокса. Данная модель становится более точной для расчета сложных типов сечений, так как более достоверно отражает их характерные элементы (пограничные слои, следы, струи). Основные уравнения, определяющие данную модель для двухмерного течения:

- кинематическая турбулентная (вихревая вязкость)

$$v_T = \frac{k}{\omega}; \tag{8}$$

- кинетическая энергия турбулентных пульсаций

$$\frac{\partial k}{\partial t} + V_{cp,J}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(v + v_T)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \tau_{l,j}\frac{\partial V_{cp,i}}{\partial x_j} - \beta^* k\omega; \tag{9}$$

- удельная скорость диссипации энергии турбулентности

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + V_{cp,J}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(v + \sigma v_T)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + \alpha\frac{\omega}{л}\tau_{l,j}\frac{\partial V_{cp,i}}{\partial x_j} - \beta\omega^2; \tag{10}$$

Где $$\beta^* = \beta_0^* f_{\beta^*}; \quad \beta_0^* = 0.09; \tag{11}$$

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1, \chi_k \le 0; \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2}, \end{cases} \chi_k > 0; \;\; \chi_k = \frac{1}{\omega^3}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}; \tag{12}$$

$$\sigma \;= 0.5; \;\; \lambda = \frac{13}{25}; \;\; \beta = \beta_0 f_\beta; \;\; \beta_0 = \frac{9}{125}; \;\; f_\beta = 1 \tag{13}$$

(двухмерное течение) (k-ε)-модель турбулентности удовлетворительно описывает свойства свободных сдвиговых течений (или смешения), а (k-ω)-модель наиболее достоверна при расчете пристеночных течений.

В связи с вышеперечисленным при аэродинамических расчетах применяют так называемую модель Ментера (SST модель), представляющую собой суперпозицию двух указанных моделей.

Модель Ментера и модель Спаларта-Аллмараса (SA модель) относятся к классу так называемых линейных моделей турбулентности. В случае использования данных моделей предполагается, что справедливы так называемая обобщенная гипотеза Буссинеска и закон Фурье:

$$\tau_t = 2\mu_t\left(S - \frac{1}{3}I\nabla\bar{V}\right) + \frac{2}{3}kI; \tag{14}$$

$$\bar{q_t} = -\lambda_t \nabla T; \quad (15)$$

Где μ_t – турбулентная вязкость; k – кинетичкая энергия турбулентности, определяемая в соответствии с формулой (3), причем при использовании SA модели, кроме того, предполагается, что слагаемое, стоящее в (5.13) вне скобок, можно отпустить; λ_t – турбулентная теплопроводность.

Итак, в данном случае роль модели турбулентности, по существу, свелась к определению связи между μ_t , λ_t , k и параметрами осредненного течения, причем при определении турбулентной теплопроводности предполагается, что последняя может быть выражена через турбулентную вязкость посредством следующего соотношения:

$$\lambda_t = \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \quad (16)$$

Где Pr_t – турбулентный аналог числа Прандтля, обычно полагаемый равным постоянной величине ($Pr=0.9$).

Рассмотрим задание граничных условий.

На твердых непроницаемых стенках в качестве граничных условий задаются прилипания и непроницаемости для скорости:

$$\bar{V} = 0 \quad (17)$$

и условия первого и второго рода относительно температуры:

$$T = T_w; \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = q_w, \quad (18)$$

где n – направление нормали к стенке.

Кроме того, если потребует используемый для решения задачи численный или численно-аналитический метод, необходимо также задать граничное условие на стенке для давления. В качестве данного условия в задачах о расчете турбулентных течений обычно требуется условие равенства нулю производной от давления по нормали к поверхности [171,607]:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (19)$$

На “непроницаемых” границах расчетной области (“входе” и “выходе”) в различных задачах используются самые разнообразные граничные условия. Следует отметить, что наиболее распространёнными при решении задач внешней аэродинамики являются так называемые характеристические граничные условия [7], формулируемые относительно инвариантов Римана. Связь указанных инвариантов с основными переменными p, V_x, V_y, V_z, T определяется следующими соотношениями:

$$I_1 = V_n + \frac{2a}{\gamma-1};\;\; I_2 = V_n - \frac{2a}{\gamma-1};\;\; I_3 = V_{\tau 1};\;\; I_4 = V_{\tau 2};\;\; I_5 = \frac{R_0 T}{M_0 \rho^{\gamma-1}}, \qquad (20)$$

Где $a = \sqrt{\gamma R_0 T / M_0}$ - скорость звука; $\gamma = c_p / c_v$ – показатель адиабаты; V_n, $V_{\tau}1$ и $V_{\tau}2$ – локальные значения нормальной и касательных к границе составляющих вектора скорости.

Список используемой литературы

1. Попов Н.А. Рекомендации по уточненному динамическому расчету

зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой

нагрузки. М., 2000.

2. Свод правил СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия / Актуали-

зированная редакция СНиП 2.01.07-85*. М. : ОАО «ЦПП», 2016.

3. American Society of Civil Engineers. Minimum design loads for buildings

and other structures. ANSI/ ASCE 7-98, ASCE. New York, 2000.

4. Физическая энциклопедия. В 5 томах. / Гл. ред. А.М. Прохоров, ред. Коллегия: Д.М. Алексеев и др. – М., 1988-1998.

5. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели турбулентности для вязкости.// Известия АН СССР, Механика жидкости и газа, 1993, №4, с. 69-81.

6. Harlow F.H., Nakayama H. Transport of turbulence energy decay rate. Los Alamos Science Lab., University California Report LA-3854, 1968.

7. Wilcox D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and

free-shear flows. // AIAA Paper 1993-2905

8. А.М. Белостоцкий, П.А. Акимов, И.Н. Афанасьева, Вычислительная аэродинамика в задачах строительства

9. Архитектурно-строительная аэродинамика : учебное пособие / О.И. Поддаева, А.С. Кубенин, П.С. Чурин ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Нац. исследоват. Моск. гос. строит. ун-т. Москва : НИУ МГСУ, 2015. 88 с.